Hyperbolic systems of Einstein equation in the Ashtekar formulation

米田元　　　　　　早大理工

対称双曲型連立一次微分方程式系は，その初期値問題の適切性(well-posedness)が証明されている．初期値境界問題の適切性にも有効である．また，ある種の双曲型形式ではその数値解析が安定化する，との報告もあり，近年Einstein方程式をさまざまな双曲型に書き直すことが精力的に研究されている[1].

我々は，Ashtekarによって拡張されたEinstein発展方程式[2]が，すでに弱双曲型であることに注目し，これを対称双曲型方程式系に書き直す過程で，どのようにゲージ条件や実数条件に制限が付けられていくかを議論する．具体的には，(I) 弱双曲型(weakly hyperbolic)，(II) 特性行列が実対角化可能な双曲型(diagonalizable hyperbolic)，(III) 対称双曲型(symmetric hyperbolic)，の3種類の双曲型形式を考察し，下表のような結果を得た[4, 5].

また，Brodbeckら[3]の手法に従い，ここで得られた対称双曲型形式を元にして，時間発展中に生じる拘束条件や実数条件のわずかな破れを自動的に回復させる方程式系 (λ-system) も提案する[6].

hyperbolic system	Eqs of motion	reality condition	gauge conditions required
Ia	original	metric	-
Ib	original	triad	$\mathcal{A}^a_0 = \mathcal{A}^a_i N^i$, $\partial_i N = 0$
IIa	original	metric	$N^l \neq 0, \pm N\sqrt{\gamma^{ll}}$ $(\gamma^{ll} \neq 0)$
IIb	modified	metric	$\mathcal{A}^a_0 = \mathcal{A}^a_i N^i$
IIIa	modified	triad	$\mathcal{A}^a_0 = \mathcal{A}^a_i N^i$, $\partial_i N = 0$

References

[1] O. A. Reula, Living Rev. Relativity, **98-3**, (1998).

[2] A. Ashtekar, Lectures on Non-Perturbative Canonical Gravity, (World Scientific, Singapore, 1991).

[3] O. Brodbeck, S. Frittelli, P. Hübner and O.A. Reula, J. Math. Phys. **40** (1999) 909 .

[4] G. Yoneda and H. Shinkai, Symmetric hyperbolic system in the Ashtekar formulation, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 263.

[5] G. Yoneda and H. Shinkai, Constructing hyperbolic systems in the Ashtekar formulation of general relativity, gr-qc/9901053, Accepted for publication in Int.J.Mod.Phys.D.

[6] H. Shinkai and G. Yoneda, Asymptotically constrained and real-valued system based on Ashtekar's variables, Phys.Rev.D Vol.60(1999) 101502.