常微分方程式の数値相対論

早大理工 数学応用数理専攻 米田元 (Gen Yoneda)

OO 年 OO 月 OO 学会

概要 ここには，概要を書きます．研究背景，目的，研究調査の方法，成果を書きます．

1 序章

必要最小限と思われるポスターの例*1 です．もっと凝りたい人は，”latex ポスター”など検索し，調べて下さい．序章，研究内容，まとめを書くという基本構成は論文と変わりませんが，文を少なめにして，図や表を多めにします．

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = 8\pi G\, T_{\mu\nu}$$

2 Kasner 解を背景とした ODE 数値相対論

厳密解 → 計量の設定 → アインシュタイン方程式

Kasner 解

$$ds^2 = -dt^2 + t^{-2/3}dx^2 + t^{4/3}dy^2 + t^{4/3}dz^2$$

を背景とした計量の設定

$$ds^2 = -dt^2 + g1(t)dx^2 + g2(t)(dy^2 + dz^2)$$

でアインシュタイン方程式の成り立つ条件を求めた．

ODE 数値相対論の例

次の式を満たす $g1(t), g2(t)$ $(1 \leq t \leq 10)$ を図示せよ．

束縛条件

$$\frac{\mathrm{g2}'(t)\left(2\mathrm{g2}(t)\mathrm{g1}'(t) + \mathrm{g1}(t)\mathrm{g2}'(t)\right)}{2\mathrm{g1}(t)\mathrm{g2}(t)^2} = 0$$

発展方程式

$$-\mathrm{g1}''(t) - \frac{\mathrm{g1}'(t)\mathrm{g2}'(t)}{\mathrm{g2}(t)} + \frac{\mathrm{g1}'(t)^2}{2\mathrm{g1}(t)} = 0$$

$$-\mathrm{g2}''(t) - \frac{\mathrm{g1}'(t)\mathrm{g2}'(t)}{2\mathrm{g1}(t)} = 0$$

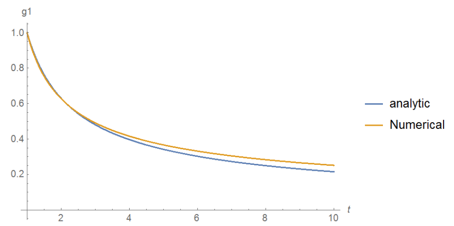
初期条件

$$g1(1) = 1, g1'(1) = -2/3,$$
$$g2(1) = 1, g2'(1) = 4/3$$

- 初期で束縛条件が成り立っている．
- 時間発展後も束縛条件が成り立つはずである．
- この問題の厳密解は $g1(t) = t^{-2/3}$, $g2(t) = t^{4/3}$ である．

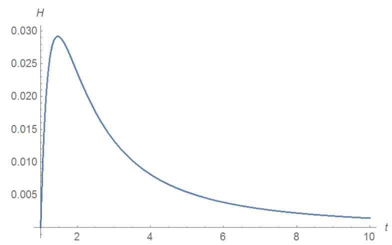
3 数値解法

この問題を，オイラー法，$dt = 0.1$ で解いた．



波形を見ると，ほぼ厳密解を再現している．

束縛条件による検証：束縛条件の左辺を $\mathcal{H}$ の値を調べる．



やや束縛条件は破れていることが分かる．

4 まとめ

ODE 数値相対論の例を作り，数値的に解いた．

ポスターを作る心得

1. ポスターの前に 15 秒ほど立ち止まった人が，さらに読んで見ようと思わせるものにする．文字数を減らし，図やチャートを多めにする．テーマや結論を強調する．
2. さらに 2,3 分くらい読むと，だいたいの内容が分かるようにする．話の流れを掴みやすく工夫する．

参考文献

[1] 米田元 「数値計算と相対論」『数理科学』No.578, 2011 サイエンス社

*1 simpleposter.sty が必要．`http://math.shinshu-u.ac.jp/~nu/html/texmacros/simpleposter/nightly/simpleposter.sty`